# LAHENDUSED 9.klass

1. **Vastus: 90 m**

Lahendus

Ütleme, et töömees pidi kastid vedama punktist $A$ punkti $B$, mille vaheline kaugus on $x$ km.

Kuna ta pidi kastid vedama ühe kaupa ning aega arvestati esimese kasti võtmiseks kuni viimase kasti maha panekuni, siis vahemaad punktist $A$ punkti $B$ ta läbis 16 korda ning vahemaad punktist $B$ punkti $A$ ta läbis 15 korda.

Punktist $A$ punkti $B$ jõudmiseks kulus tal iga kord $\frac{x}{3}$ h aega ja tagasiteel $\frac{x}{5}$ h aega.

Arvestades, et 45 min $= \frac{3}{4}$ h, saame võrrandi

$$16 \cdot \frac{x}{3} + 15 \cdot \frac{x}{5} = \frac{3}{4},$$

millest järeldub, et

$$x = \frac{9}{100} \text{ km} = 90 \text{ m}.$$

Hindamine:

| | |
|---|---|
| leitud, et küsitud vahemaad pidi töömees kastiga läbima 16 korda ja ilma kastita 15 korda | 2p |
| avaldatud 45 minutile vastav tööaeg küsitud vahemaa kaudu | 2p |
| koostatud ja lahendatud võrrand küsitud vahemaa leidmiseks | 2p |
| järeldatud vastus | 1p |
| | **7p** |

Ainult õige vastuse eest anda 2p.

2. **Vastus: 2 arvu lõpunumbritega 8 ja 9**

Lahendus:

Leiame kõik kahekohalised arvud, mis jaguvad arvuga 17. Neid on viis: 17, 34, 51, 68 ja 85.

Leiame kõik kahekohalised arvud, mis jaguvad arvuga 23. Neid on neli: 23, 46, 69 ja 92.

Kuna arvu esimeseks numbriks on 3 ja kuna mistahes kahest kõrvutiolevast numbrist moodustuv kahekohaline arv peab jaguma kas 17-ga või 23-ga, siis teise numbri valikuks on ainult üks võimalus, milleks on number 4 (arv 34 jagub 17-ga). Kolmandaks numbriks sobib samuti vaid üks number 6 (arv 46 jagub 23-ga). Neljanda numbri valikuks on aga kaks võimalust: kas 8 (68 jagub 17-ga) või 9 (69 jagub 23-ga).

- Kui neljandaks numbriks on 8, siis järgmised numbrid on 5, 1 ja 7. Kuna ei leidu numbriga 7 algavat kahekohalist arvu, mis jaguks kas 17- või 23-ga, siis seda numbrite rida jätkata ei saa. St numbrit 8 saab valida ainult üks kord ja sellisel juhul on numbrid alates numbrist 3 järgmises järjestuses: 3468517 (kokku 7 numbrit).
- Kui neljandaks numbriks on 9, siis järgmised numbrid on 2 ja 3. Alates numbrist 3 kogu protsess hakkab korduma.

Kuna otsime kõik ülesande tingimusele vastavad 2019-kohalised naturaalarvud, siis viis numbrit 34692 peavad korduma vähemalt 403 korda (kokku 2015 numbrit), kuna vastasel juhul oleks arv ülimalt 2017-kohaline. Neljaks viimaseks numbriks saavad olla kas 3468 või 3469.

Järelikult programm väljastas ekraanile 2 erinevat arvu, üks neist lõppes numbriga 8 ja teine numbriga 9.

Vastus: 2 arvu lõpunumbritega 8 ja 9

Hindamine:

| | |
|---|---|
| leitud kõik kahekohalised arvud, mis jaguvad arvudega 17 ja 23 | 1p |
| leitud, et otsitavate arvude kolm esimest numbrit on 3, 4 ja 6 | 1p |
| põhjendatud, et neljandaks numbriks saab olla vaid number 9 | 2p |
| põhjendatud, et otsitavates arvudes tsükliliselt korduvad numbrid 34692 vähemalt 403 korda | 1p |
| järeldatud, et programm väljastas ekraanile 2 erinevat arvu, üks neist lõpunumbriga 8 ja teine lõpunumbriga 9 | 2p |
| | **7p** |

Ainult õige vastuse eest anda kokku 2p (ilmus 2 arvu (1p) ja õiged lõpunumbrid (1p)).

Kui leitud vaid üks arv lõpunumbriga 9, siis anda kuni 5p.

3. **Vastus: a) valetaja C; b) ei ole tõene**

Lahendus:

a) Oletame, et E on valetaja. Sellisel juhul kõik teised elanikud A, B, C ja D on tõerääkijad. Järelikult elanik D on tark (väide D). Kuna kõik targad elanikud on rikkad (väide B), siis D on ka rikas. Kuna kõik rikkad elanikud on valetajad (väide C), siis D on valetaja. Saime vastuolu (D on üheaegselt tõerääkija ja valetaja), seega tehtud oletus (et E on valetaja) oli vale. Järelikult E on tõerääkija ja ta on rikas.

Oletame nüüd, et C on tõerääkija. Sellisel juhul peaksid kõik rikkad elanikud olema valetajad (väide C), kaasarvatud tõerääkija E, kes tema enda väitel on rikas. Saadud vastuolust järeldub, et C on valetaja.

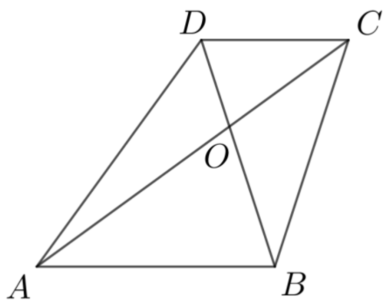
b) Tõerääkija D on tark (väide D). Kuna kõik targad elanikud on rikkad (väide B), siis ka D on rikas. Kuna D, kes on üheaegselt tark ja rikas, on tõerääkija, siis väide „Kõik elanikud, kes on üheaegselt targad ja rikkad, on valetajad“ ei ole tõene.

Hindamine:

| | |
|---|---|
| põhjendatud, et E on tõerääkija | 3p |
| põhjendatud, et C on valetaja | 2p |
| põhjendatud, et b) osas esitatud väide ei ole tõene | 2p |
| | **7p** |

Ainult õige vastuse eest anda 2p (mõlema osa eest 1p).

4. **Vastus:** $\angle \boldsymbol{BAD} = \mathbf{54}°$, $\angle \boldsymbol{ABC} = \mathbf{108}°$, $\angle \boldsymbol{BCD} = \mathbf{72}°$, $\angle \boldsymbol{ADC} = \mathbf{126}°$.




Lahendus:

Kuna $AC$ poolitab nurka $BCD$, siis $\angle ACD = \angle ACB = \alpha$.

Kuna $AB \parallel CD$, siis nurgad $ACD$ ja $BAC$ on võrdsed põiknurgad, st $\angle BAC = \alpha$.

Kolmnurgas $ABC$ on nurgad $ACB$ ja $BAC$ võrdsed, seega see on võrdhaarne haaradega $BA$ ja $BC$. Järelikult $|AB| = |BC| = |AO|$ ja kolmnurk $BAO$ on samuti võrdhaarne, st $\angle ABO = \angle AOB = 180° - 108° = 72°$.

Kolmnurgast $BAO$ saame nurga $\alpha$ suuruse: $\alpha = 180° - 2 \cdot 72° = 36°$.

Seega $\angle BCD = 2\alpha = 72°$ ja $\angle ABC = 180° - 72° = 108°$.

Paneme tähele, et $\angle BDC = 72°$ (näiteks, nurgad $BDC$ ja $ABO$ on võrdsed põiknurgad). Järelikult kolmnurk $CBD$ on võrdhaarne, st $|BD| = |BC| = |AB|$. Sellest omakorda järeldub, et ka kolmnurk $ABD$ on võrdhaarne (tipunurgaga 72°), millest $\angle BAD = (180° - 72°) : 2 = 54°$ ja $\angle ADC = 72° + 54° = 126°$.

Hindamine:

| | |
|---|---|
| näidatud, et kolmnurk $ABC$ on võrdhaarne | 2p |
| järeldatud, et kolmnurk $BAO$ on võrdhaarne | 1p |
| arvutatud nurkade $BCD$ ja $ABC$ suurused | 1p |
| näidatud, et kolmnurk $ABD$ on võrdhaarne | 2p |
| arvutatud nurkade $BAD$ ja $ADC$ suurused | 1p |
| | **7p** |

Ainult õige vastuse eest anda 2p.

**5. Vastus: 8311266**

Lahendus:

Peab kehtima võrdus $7 \cdot \overline{TAL} = 3 \cdot \overline{LINN} + 2019$. Kuna $\overline{TAL} < 1000$, siis võrduse vasak pool on väiksem kui $7000$. Kui $L \geq 2$, siis võrduse parem pool on suurem kui $7000$. Seega $L = 1$.

Nüüd on võrdus kujul $7 \cdot \overline{TA1} = 3 \cdot \overline{1INN} + 2019$. Selle võrduse vasak pool lõpeb numbriga 7, seega $3 \cdot \overline{1INN}$ peab lõppema numbriga 8. See on võimalik vaid $N = 6$ korral.

Saadud võrduse $7 \cdot \overline{TA1} = 3 \cdot \overline{1I66} + 2019$ saame teisendada:

$$7 \cdot (10 \cdot \overline{TA} + 1) = 3 \cdot (1066 + 100 \cdot \bar{I}) + 2019$$

$$7 \cdot \overline{TA} = 30 \cdot \bar{I} + 521$$

Kuna saadud võrduse parem pool lõpeb numbriga 1, siis sama numbriga peab lõppema ka $7 \cdot \overline{TA}$, mis on võimalik vaid $A = 3$ korral.

Võrdusest $7 \cdot \overline{T3} = 30 \cdot \bar{I} + 521$ saame $7 \cdot (10 \cdot \bar{T} + 3) = 30 \cdot \bar{I} + 521$ ehk $7 \cdot \bar{T} = 3 \cdot \bar{I} + 50$. Selle parem pool on vähemalt 50, seega $T \geq 8$. Kui $T = 8$, siis $I = 2$. Kui $T = 9$, siis tähel $I$ väärtus puudub.

Seega seitsmekohalisel arvul $\overline{TALLINN}$ on ainus väärtus 8311266.

Hindamine:

| | |
|---|---|
| leitud, et $\overline{TALLINN} = 8311266$ | 2p |
| põhjendatud, et tähel $L$ on ainult üks võimalik väärtus 1 | 1p |
| põhjendatud, et tähel $N$ on ainult üks võimalik väärtus 6 | 1p |
| põhjendatud, et tähel $A$ on ainult üks võimalik väärtus 3 | 1p |
| põhjendatud, et tähel $T$ on ainult üks võimalik väärtus 8 | 1p |
| põhjendatud, et tähel $I$ on ainult üks võimalik väärtus 2 | 1p |
| | **7p** |